

**ASSOCIAÇÃO CULTURAL E EDUCACIONAL DE ITAPEVA  
FACULDADE DE CIÊNCIAS SOCIAIS E AGRÁRIAS DE ITAPEVA**

**CONCRETO ARMADO, ESFORÇOS E MÉTODOS NUMÉRICOS**

**Emerson Roberto Moreira Gomes**

Itapeva - São Paulo - Brasil

2012

**ASSOCIAÇÃO CULTURAL E EDUCACIONAL DE ITAPEVA  
FACULDADE DE CIÊNCIAS SOCIAIS E AGRÁRIAS DE ITAPEVA**

**CONCRETO ARMADO, ESFORÇOS E MÉTODOS NUMÉRICOS**

**Emerson Roberto Moreira Gomes  
Prof. MSc. Ivan Rodrigues dos Santos**

“Trabalho apresentado ao Nucleo de Pesquisa da  
Faculdade de Ciências Sociais e Agrárias de Itapeva  
como parte das atividades a serem realizadas  
no Programa de Iniciação Científica”.

Itapeva – SP

Outubro /2012

# CONCRETO ARMADO, ESFORÇOS E MÉTODOS NUMÉRICOS

GOMES, Emerson Roberto Moreira  
Faculdade de Ciências Sociais e Agrárias de Itapeva

SANTOS, Ivan Rodrigues  
Prof. Orientador - Faculdade de Ciências Sociais e Agrárias de Itapeva

## Resumo

Este trabalho tem por objetivo apresentar as vantagens e desvantagens da utilização de métodos numéricos na análise de estruturas de concreto armado. Na modelagem de um edifício de concreto armado de dez pavimentos, serão apresentados resultados por dois modelos diferentes:

Serão exemplificados modelos de alguns elementos estruturais como escada, reservatórios e a análise da estabilidade global, calculando os parâmetros  $a$  e  $e$ . Para o processamento dos  $z$  resultados utilizou-se o software SAP2000n como ferramenta de auxílio.

**Palavras Chaves:** Esforços, Estruturas, Modelagem Numérica.

## Abstract

This paper aims to present the advantages and disadvantages of the use of numerical methods in the analysis of reinforced concrete structures. In the modeling of a reinforced concrete building of ten floors, will be presented results for two different models:

Models will be exemplified some structural elements like stairs, reservoirs and global stability analysis, calculating the parameters  $ae$ .  $Z$  for processing the results we used the software as a tool to aid SAP2000n.

**Key Words:** Efforts, Structures, Numerical Modeling.

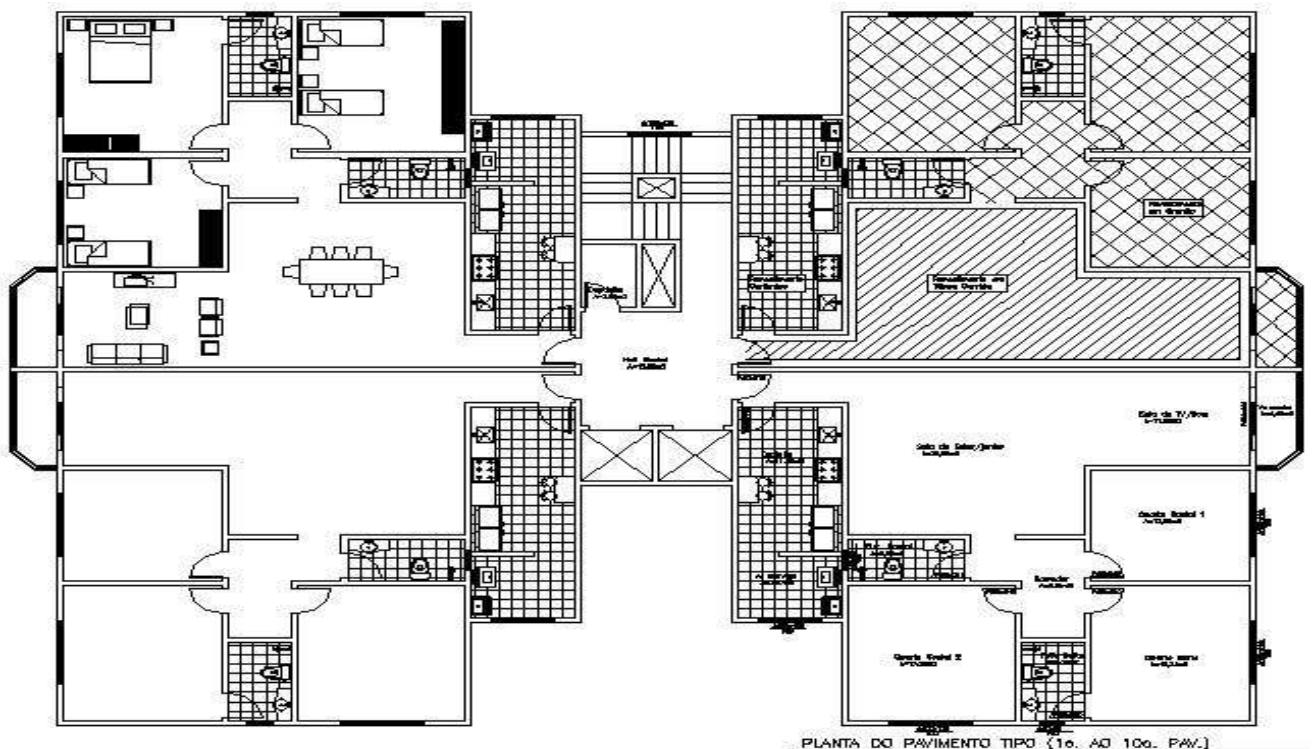
## 1. Introdução

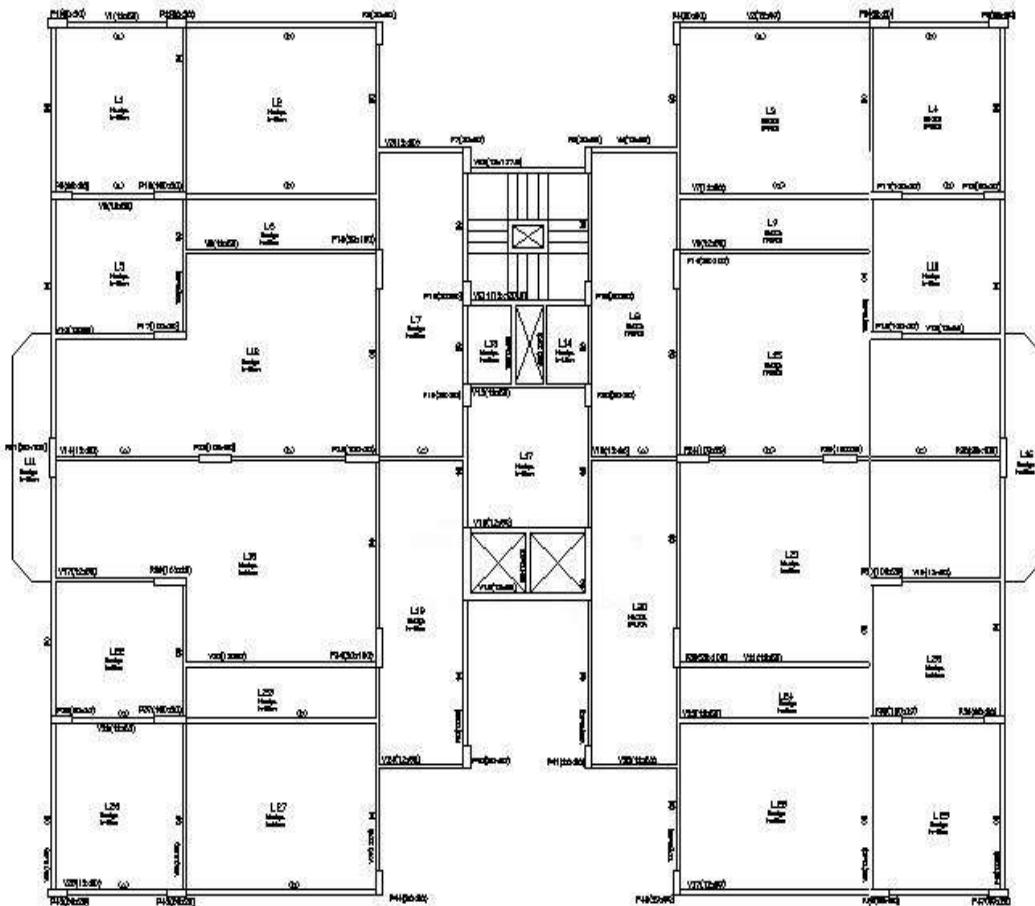
A área de engenharia tem se desenvolvido muito nos últimos anos e este desenvolvimento se evidencia no aprimoramento de técnicas construtivas, melhor aproveitamento dos materiais disponíveis e no aperfeiçoamento dos projetos. A área de estruturas não fica atrás neste desenvolvimento. Com o advento do computador e os softwares específicos de análise estrutural, tornou-se possível a utilização de modelos mais refinados de cálculo visando aproximar o modelo estudado à realidade da construção a ser edificada. Com a utilização do computador aliado a um maior rigor nos cálculos, os resultados são apresentados de forma mais rápida e precisa, refletindo as várias situações que serão impostas à estrutura.

## 2. Metodologia de Pesquisa

Buscando exemplificar a utilização dos modelos numéricos na análise de estruturas, serão apresentados alguns resultados obtidos da modelagem numérica de um edifício exemplo, denominado “Edifício Emílio Baumgart”. Este exemplo será dedicado a memória do grande engenheiro catarinense Emílio Baumgart, considerado com muita justiça como o pai do concreto armado no Brasil. No cálculo das lajes do edifício, utilizou-se a analogia de grelha além do método dos elementos finitos. Serão apresentados detalhes da obtenção dos esforços nos elementos estruturais (lajes, vigas e pilares) além da modelagem de escadas, reservatórios e a análise da estabilidade global do edifício.

O edifício no qual será baseada toda a análise e consta de 1 pavimento térreo, 10 pavimentos tipo, cobertura, casa de máquinas e reservatório superior. Cada pavimento tipo é formado por 4 apartamentos, hall social, escada e elevadores. Nas figuras 2.1 e 2.2 são apresentadas uma esquematização da planta do pavimento tipo e a respectiva planta de formas, indicando a concepção estrutural utilizada.





Na concepção estrutural, optou-se pelo modelo convencional laje-viga-pilar, buscando mostrar com clareza como ocorre a transferência de esforços entre os elementos estruturais de um edifício. Quanto ao carregamento utilizado no edifício, adotou-se lajes maciças com revestimento cerâmico e sobrecargas usuais em conformidade com a NBR 6120/1980. A determinação dos esforços horizontais devido ao vento foi feita seguindo as prescrições da NBR 6123/88.

No que se refere aos materiais utilizados, foi considerado em 25 Mpa a resistência de característica a compressão e o aço CA 50. Para os valores do módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson adotou-se a sugestão da NBR 6118/2003.

As etapas que foram necessárias para a realização da análise estrutural do edifício podem ser resumidas no fluxograma a seguir:

Concepção:

- lançamento das lajes, vigas e pilares.

da estrutura:

- vigas e pilares.

Definição dos carregamentos:

- cargas gravitacionais e Esforços horizontais devido ao vento.

Modelagem Numérica:

- Discretização da Estrutura Tridimensional.
- Modelagem dos elementos estruturais.
- Análise das lajes pela analogia de grelha.

- Análise das lajes pelo MEF( Método dos Elementos Finitos).

Conferência dos Resultados e Validação do Modelo

- Fase de aferição dos resultados obtidos.

Pré-Dimensionamento:

- Lajes, Vigas e Pilares.

Detalhamento:

- Definição das Armaduras e apresentação dos resultados.

Sobre a Modelagem Numérica:

Na modelagem numérica, toda a estrutura tridimensional do edifício foi discretizada por dois modelos diferentes:

- modelo de pórtico espacial associado a uma discretização em grelha das lajes e vigas do pavimento tipo, chamado de modelo 1;
- modelo de pórtico espacial para vigas e pilares associado a uma discretização das lajes pelo método dos elementos finitos, denominado modelo 2.

A ideia de se utilizar os dois modelos apresentados acima é mostrar as vantagens e desvantagens de cada processo, ficando a cargo do engenheiro projetista optar pelo processo que mais lhe convém.

Os painéis de lajes foram discretizados em grelhas com espaçamento entre as barras medindo 50 cm. A definição da espessura das lajes foi realizada analisando cada painel de laje de forma isolada. Faz-se uma investigação numérica das deformações máximas ocorridas em cada painel e compara-se com os valores limites sugeridos pela NBR 6118/2003. Optou-se pela uniformização das espessuras para todos os painéis de lajes. Como existe uma integração entre lajes-vigas-pilares, no final do processamento da grelha e do pórtico espacial, são obtidos todos os esforços necessários para o dimensionamento dos elementos estruturais sem nenhuma interferência humana nas fases intermediárias do processo.

NBR 6118/2003

Estruturas de Concreto Dimensionamento de Pilares de Canto

1º Passo – Obtenção das cargas atuantes no pilar:

Contribuição do peso próprio de lajes, escadas, vigas e paredes, com seus respectivos revestimentos, quando necessários; Peso próprio do pilar, obtido através de pré-dimensionamento:

Onde: = área teórica de concreto do pilar, ao nível de topo da fundação superficial;

Pode ser tomado inicialmente com valor 1,5. Será corrigido mais tarde, durante o dimensionamento; = é a carga atuante no pilar (sem considerar a contribuição do peso próprio do pilar); = resistência à compressão do concreto empregado, em MPa;

Taxa de armadura, percentual à área de concreto. Pode ser tomado com valor inicial de 1. Será corrigido mais tarde, durante o dimensionamento; = Tensão de escoamento do aço, fixada aqui em 4350

2º Passo – Determinação da seção do pilar:

3º Passo – Determinação da carga total atuante no pilar:

4º Passo – Verificação do pilar na direção X:

A analogia de Grelha e o Método dos Elementos Finitos

– Analogia de Grelhas

O processo da analogia de grelhas é baseado na divisão de uma estrutura em um número adequado de faixas, formando assim uma grelha equivalente, onde os elementos da mesma passam a representar seus elementos estruturais. Este processo permite reproduzir o comportamento de estruturas de diversas concepções geométricas.

As grelhas terão faixas de larguras adequadas às dimensões da estrutura e ao refinamento desejado à análise. Assim como as vigas estas faixas podem ser substituídas por elementos estruturais de barras que coincidam com seus eixos, obtém-se então uma grelha equivalente que passa a representar a estrutura.

O carregamento, quando distribuído, é considerado atuante nas barras perpendiculares ao plano da grelha equivalente de acordo com a área de influência de cada uma. Este carregamento também pode ser concentrado diretamente nos nós da mesma.

As características geométricas que devem ser consideradas para as barras da grelha equivalente são de dois tipos: as do elemento (laje) e as do elemento viga-placa (viga-laje).

Os valores do módulo de deformação longitudinal à compressão do concreto ( $E_c$ ), do módulo de deformação transversal do concreto ( $G_c$ ), e do coeficiente relativo às deformações elásticas podem ser determinados a partir das recomendações da NBR6118/2003.

– Método de Elementos Finitos

O Método de Elementos Finitos (MEF) é um método matemático/computacional para análise de problemas do contínuo. O método permite que a peça em estudo tenha forma geométrica, carregamento e condições de contorno quaisquer. Ocorre uma semelhança física entre o modelo FEA (Finite Element Analysis) e a situação física real, não sendo o modelo uma abstração matemática difícil de ser visualizada.

Inicialmente o MEF foi usado em cálculo estrutural (década de 60), hoje é largamente aplicado em problemas de campo (calor, fluidos, campo elétrico e magnético).

O modelo de elementos finitos é composto por elementos conectados entre si por nós (nodes), formando a malha de elementos finitos.

No caso de tensões/deformações cada nó possui até 6 Graus de Liberdade em relação ao sistema de coordenadas cartesianas globais, dependendo do tipo de elemento.

Para uma análise por elementos finitos a chave teórica é achar e resolver as matrizes de rigidezes obtidas da formulação matemática da modelagem. Em programas comerciais a solução desta matriz é transparente ao usuário. Geralmente estes programas oferecem uma ampla biblioteca de elementos para os quais eles podem montar e resolver a matriz de rigidez.

Uma vez selecionado um elemento, todo o sistema ou a equação principal é montado. A montagem é feita pela inserção do elemento matricial na respectiva linha e coluna da matriz. Este processo de montagem é facilmente efetuado pelo computador.

## Estabilidade Global

Uma das importantes funções e pré-requisitos das estruturas de contraventamento é aquela de possuírem um grau de deformabilidade suficientemente baixo, a fim de que possamos considerá-las como virtualmente indeformáveis no plano horizontal (o que, com precisão teórica, não são, já que são elásticas) para, com isto, termos assegurado, com adequado grau de aproximação, que os pilares das “estruturas contraventadas” da edificação (não pertencentes, na direção em estudo, a um dos sistemas de contraventamento) funcionem como que possuindo apoios horizontais aos níveis das lajes. Assim é que algum tipo de quantificação se precisa fazer, no sentido de assegurar ao projetista a ocorrência desta condição.

Os processos aproximados, apresentados, podem ser utilizados para verificar a possibilidade de dispensa da consideração dos esforços globais de 2ª ordem, ou seja, para indicar se a estrutura pode ser classificada como de nós fixos, sem necessidade de cálculo rigoroso.

De acordo com a NBR6118/2003 – item 15.5.1, uma estrutura reticulada pode ser considerada, como sendo de nós fixos se seu parâmetro de instabilidade  $A$  for menor que o valor  $A$  segundo a expressão (Associação Brasileira de Normas Técnicas (1988) – Forças devida ao Vento em Edificações, NBR6123, Rio de Janeiro, ABNT;):

$$A = H_{\text{total}} \sqrt{\frac{N_k}{(E_{cs} I_c)}}$$

sendo:

$$\alpha_1 = 0,2 + 0,1n \quad \text{se: } n \leq 3 \quad \alpha_1 = 0,6 \quad \text{se: } n \geq 4$$

onde:

$n$  é o número de níveis de barras horizontais (andares) acima da fundação ou de um nível pouco deslocado do subsolo;

$H_{\text{total}}$  é a altura total da estrutura, medida a partir do topo da fundação ou de um nível pouco deslocado do subsolo;

$N_k$  é a somatória de todas as cargas verticais atuantes na estrutura (a partir do nível considerado para o cálculo de  $H_{\text{tot}}$ ), com seu valor característico;



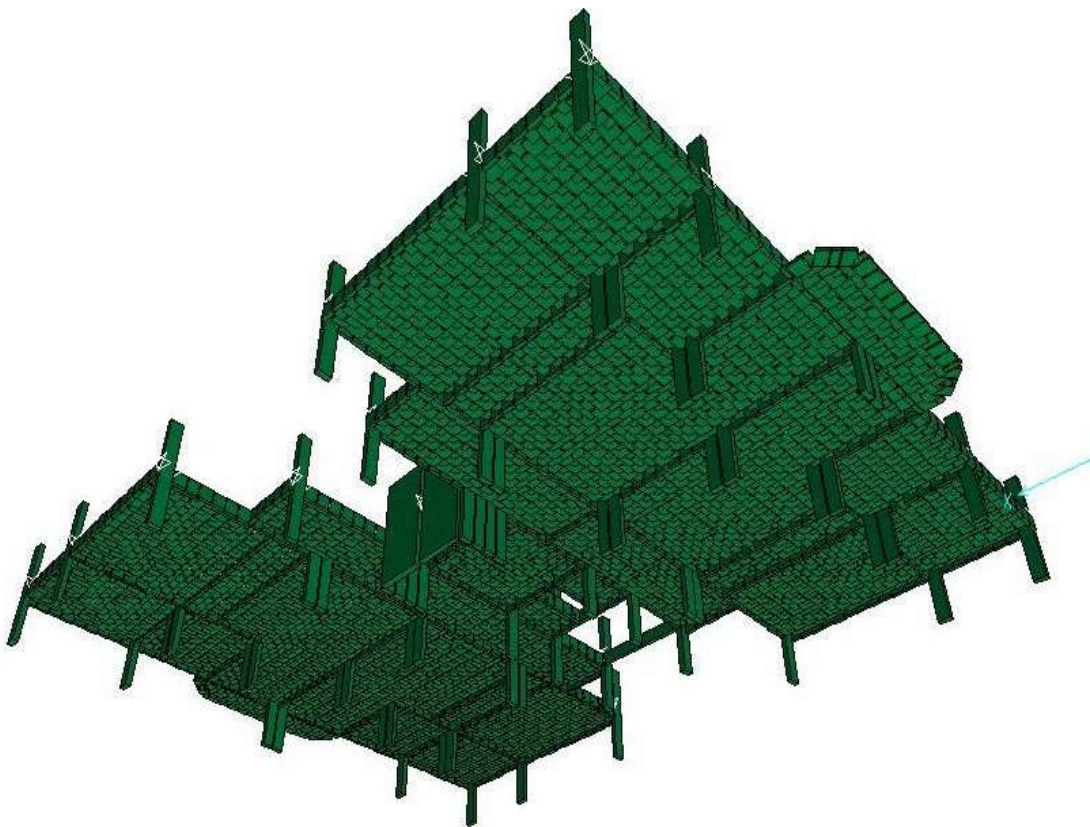
E<sub>cs</sub>l<sub>c</sub> representa a somatória dos valores de rigidez de todos os pilares na direção considerada. No caso de estruturas de pórticos, de treliças ou mistas, ou com pilares de rigidez variável ao longo da altura, pode ser considerado o valor da expressão E<sub>cs</sub>l<sub>c</sub> de um pilar equivalente de seção constante

O valor de l<sub>c</sub> deve ser calculado considerando as seções brutas dos pilares.

### 3. Resultados e Discussões

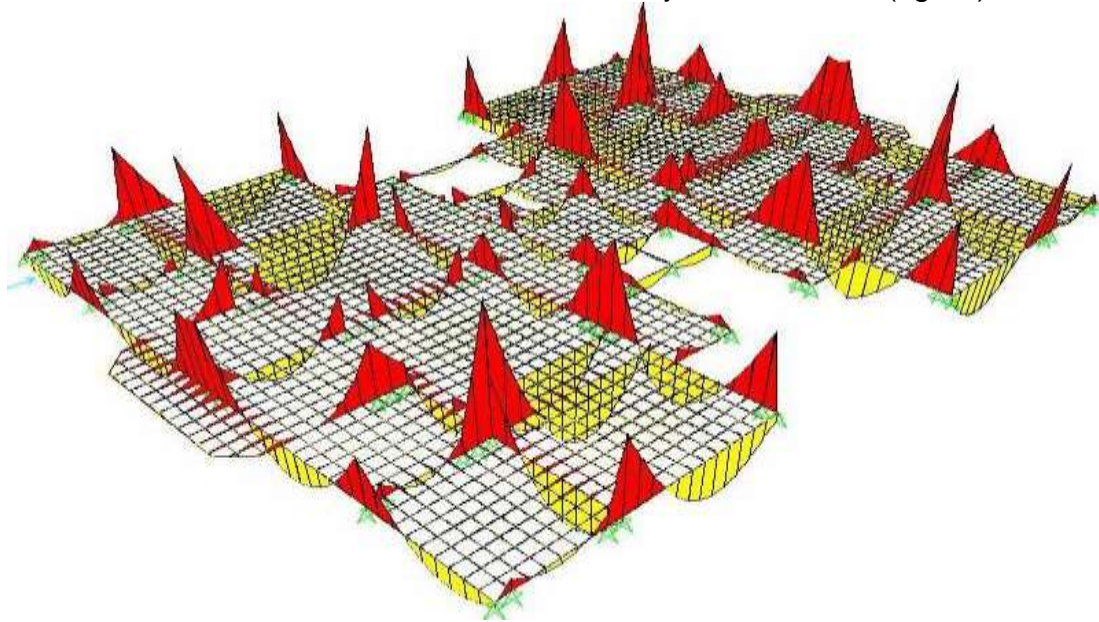
Modelagem Numérica:

O modelo foi discretizado em grelhas (figura), onde se adotou malha de 50x50 cm. Vale ressaltar que quanto maior o refinamento da malha mais precisos serão os resultados, apresentando como desvantagem um aumento significativo no esforço computacional.



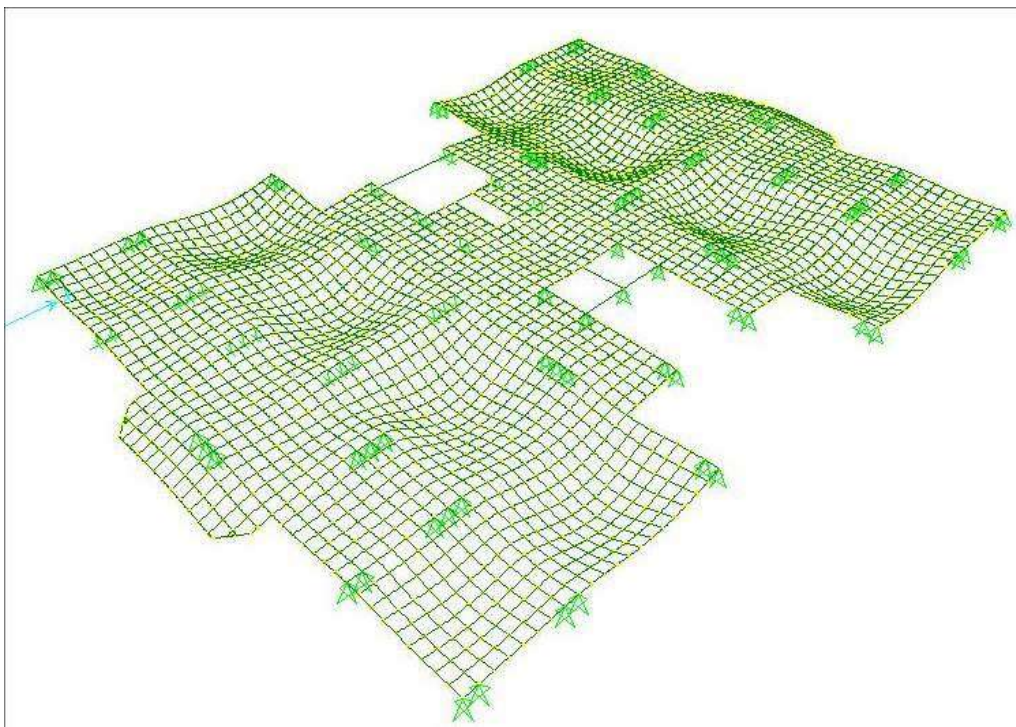
## Deformações

Considerando a análise tridimensional observa-se em especial, as deformações de cada elemento estrutural e suas influências em todo o conjunto estrutural (figura):



## Esforços nas Lajes

A modelagem tridimensional da estrutura fornece esforços mais coerentes com o comportamento do sistema estrutural real (figura 6.3), visto que os esforços obtidos são consequência do trabalho conjunto de todos os elementos estruturais. Não havendo portanto a necessidade da compatibilização dos esforços que se faz quando da análise isolada dos elementos.



#### **4. Conclusão**

A utilização do modelo numérico permite simular com mais clareza e precisão, arranjos estruturais com qualquer forma geométrica, sem que sejam necessárias adaptações ou simplificações por parte do calculista.

Através do processamento integrado dos elementos estruturais, percebe-se com melhor exatidão como ocorre a transferência de esforços em uma estrutura .

Como o dimensionamento de uma estrutura de concreto deve atender os quesitos segurança, conforto e durabilidade, a obtenção de resultados mais precisos é indispensável para o cálculo estrutural. Com a modelagem numérica os engenheiros dispõem de resultados

que refletem com maior rigor, o comportamento da estrutura frente às ações que lhe são submetidas.

A utilização de parâmetros para avaliação da estabilidade global da edificação é imprescindível para a garantia da rigidez da estrutura, evitando o surgimento de danos patológicos a edificação proveniente de deformações excessivas.

Os modelos simplificados são úteis na análise de estruturas mais simples, de menores portes e bem comportadas. Para as estruturas mais complexas, a adoção de modelos mais refinados se faz necessária buscando prever um comportamento mais aproximado do real, e mais segurança no dimensionamento. Evidente que será necessário um esforço computacional maior, dependendo do modelo adotado ou do nível de precisão requerido.

A modelagem numérica requer o uso de recursos computacionais e investimentos em softwares específicos. Quando da obtenção dos resultados, o projetista deve dedicar um tempo adicional para a análise e validade dos mesmos.

#### **5. Referencias**

Associação Brasileira de Normas Técnicas (2003) – Revisão da NB1 - Projeto e Execução de

Obras de Concreto Armado, NBR6118, Rio de Janeiro, ABNT;

Associação Brasileira de Normas Técnicas (1988) – Forças devida ao Vento em Edificações,

NBR6123, Rio de Janeiro, ABNT;

Associação Brasileira de Normas Técnicas (1980) – Cargas Para o Cálculo de Estruturas de

Edificações, NBR6120, Rio de Janeiro, ABNT;

Andolfato, Rodrigo Piernas; Camacho, Jefferson Sidney; Maurício, Rodrigo Menossi (2003)

–

Estudo Comparativo dos Processos de Análise da Estabilidade Global de Edifícios, Dissertação de Mestrado, UNESP;